ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XIII 1951 4

АСТРОНОМИЯ

В. А. Амбарцумян, действ. чл. АН Арм. ССР

О вероятности кажущихся кратных систем типа Трапеции Ориона

(Представлено 4 VIII 1951)

Все кратные системы, наблюдаемые нами в Галактике, мы можем разбить на два типа: 1) такие, в которых можно указать, по крайней мере, три составляющих a, b, c, таких, что все три расстояния между ними ab, bc и ac имеют один и тот же порядок величины и 2) такие, в которых нельзя найти трех составляющих, удовлетворяющих этому свойству.

Системы первого типа, независимо от общего числа составляющих в них, были названы системами типа Трапеции Ориона. Среди кратных систем второго типа типичной звездой является ε Лиры. Поэтому можно системы второго типа называть кратными звездами типа ε Лиры. Движения в кратных системах типа ε Лиры в основном совершаются по кеплеровским эллипсам, хотя имеются и возмущения. В системах же типа Трапеции мы должны иметь более сложные движения и, вообще, неустойчивость.

К сожалению, мы наблюдаем на практике не реальную конфигурацию составляющих в пространстве, а конфигурацию в проекции. В результате, если вместо действительных расстояний между составляющими сравнивать их расстояния в проекции, то может случиться, что система типа Трапеции может быть принята за систему типа ε Лиры и, наоборот.

Возникает вопрос о вероятности того, что при проектировании произойдет та или иная из этих трансформаций, в том случае, когда всевозможные ориентировки системы по отношению к наблюдателю равновероятны.

При этом, в настоящей статье нас будет интересовать тот случай, когда система типа ε Лиры при проектировании превращается в кажущуюся систему типа Трапеции Ориона. Это связано с тем, что на практике возникает часто вопрос о том, какое количество из наблюдаемых в проекции на небесную сферу Трапеций является результатом проектирования систем типа ε Лиры (такие системы можно назвать кажущимися системами типа Трапеции). Ответ на этот вопрос даст возможность получить правильное представление о числах реальных систем типа Трапеции, относящихся к различным спектральным классам.

Для определенности мы ограничимся случаем тройных звезд. Кроме того, мы должны (хотя это и будет совершенно условно) уточнить, что мы подразумеваем под „одинаковым порядком расстояний" составляющих. Для этого обозначим через A и B ту пару составляющих в тройной системе, расстояние между которыми меньше двух остальных расстояний. При этом пусть A будет более яркая из этих составляющих.

Введем отношение k реальных пространственных расстояний

$$k = \frac{AC}{AB}.$$

Во всех случаях $k > 1$. Выберем некоторое постоянное число k_0, заключенное в промежутке

$$2 < k_0 < 3.$$

Наиболее целесообразно принять $k_0 = 2{,}5$.

Мы условимся считать систему принадлежащей к типу ε Лиры, если $k > k_0$. В противном случае она будет считаться системой типа Трапеции.

Суть дела заключается в том, что мы наблюдаем не k, а некоторое отношение k' проекций расстояний AC и AB на небесную сферу. Наша задача заключается теперь в следующем.

Пусть мы имеем совокупность тройных звезд типа ε Лиры, т. е. таких, в которых $k > k_0$. Спрашивается, какая доля этих звезд будет наблюдаться в виде кажущихся систем типа Трапеции, т. е. таких, в которых $k' < k_0$.

В дальнейшем мы введем для каждой тройки такой масштаб длины, чтобы все пространственные расстояния AB были равны между собой

$$AB = r_0.$$

Но радиус вектора AB может иметь различные направления в пространстве. Так как нас интересуют только отношения расстояний внутри троек, то изменение масштаба от тройки к тройке не имеет значения.

Совместив мысленно все звезды A в начале координат, мы получим какое то распределение компонентов B и C вокруг начала. На основании имеющихся данных мы можем считать как распределение B, так и распределение C сферически симметричными, так как предпочтительных направлений нет. Однако внутри сферы $r = k_0 r_0$ не будет ни одной точки C, поскольку в нашей совокупности нет ни одной действительной системы типа Трапеции.

Мы примем далее, что вне сферы

$$r = r_1 = k_0 r_0$$

точки C окажутся распределенными с плотностью

$$n = n_1 \left(\frac{r_1}{r}\right)^3.$$

Тогда число спутников C, расстояния которых находятся между r и $r + dr$, будет пропорционально $\frac{dr}{r}$, что соответствует современным данным о распределении расстояний спутников.

Что касается до спутников B, то они будут распределены равномерно на сфере $r = r_0$, с некоторой поверхностной плотностью N_0.

Спроектируем теперь оба этих сферически симметричных распределения на какую-либо плоскость.

Если обозначить расстояние от центра в проекции через ρ, то плотность распределения точек B в проекции будет:

$$N_B = \frac{2 N_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{r_0}\right)^2}}. \tag{1}$$

Что же касается до плотности распределения N_c точек C в проекции, то мы будем иметь:

$$N_c = 2 \int_{\rho}^{\infty} \frac{n(r)\, r\, dr}{\sqrt{r^2 - \rho^2}}. \tag{2}$$

Имея в виду, что $n(r) = 0$ при $r < r_1$ и $n = n_1 \left(\frac{r_1}{r}\right)^3$ при $r > r_1$, мы получаем:

$$N_c = \frac{2 n_1 r_1^3}{\rho^2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r_1^2}}\right) \qquad (\rho \leq r_1)$$

$$N_c = \frac{2 n_1 r_1^3}{\rho^2}. \tag{3}$$

Пусть какая-либо из звезд B находится в проекции на расстоянии, заключенном между ρ и $\rho + d\rho$.

Вероятность этого, как следует из (1), равна:

$$W_B(\rho)\, d\rho = \frac{4\pi N_0 \rho\, d\rho}{4\pi r_0^2 N_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{r_0}\right)^2}} = \frac{\rho d\rho}{r_0^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{r_0}\right)^2}}. \tag{4}$$

Тогда для того, чтобы система *казалась* принадлежащей к типу Трапеции, необходимо, чтобы было

$$\rho_c < k_0 \rho_B, \tag{5}$$

поскольку нам приходится применять наш критерий (k-критерий) к расстояниям в проекции.

А вероятность этого при данном $\rho_в$ будет:

$$P(\rho_c < k_0\rho_в) = \frac{\int\limits_0^{k_0\rho_в} N_c(\rho)\rho\,d\rho}{\int\limits_0^{\infty} N_c(\rho)\rho\,d\rho}. \tag{6}$$

Полная же вероятность того, что отношение проекций $\frac{AC}{AB}$ будет меньше k_0, оказывается равной:

$$U = \int\limits_0^{r_0} W_в(\rho)P(\rho_c < k_0\rho_в)\,d\rho =$$

$$= \frac{\int\limits_0^{r_0} \frac{\rho d\rho}{r_0^2\sqrt{1-\frac{\rho^2}{r_0^2}}} \int\limits_0^{k_0\rho} N_c(\rho_1)\rho_1\,d\rho_1}{\int\limits_0^{\infty} N_c(\rho_1)\rho_1\,d\rho_1}. \tag{7}$$

Но так как $\rho < r_0$, то под интегралом в числителе (7)

$$\rho_1 < k_0\rho \leq k_0 r_0 = r_1,$$

вследствие чего при вычислении этого интеграла нужно пользоваться первым из выражений (3) для $N_c(\rho_1)$. Поэтому:

$$\int\limits_0^{r_0} \frac{\rho d\rho}{r_0^2\sqrt{1-\frac{\rho^2}{r_0^2}}} \int\limits_0^{k_0\rho} N_c(\rho_1)\rho_1\,d\rho_1 =$$

$$= \frac{2n_1 r_1^3}{r_0^2} \int\limits_0^{r_0} \frac{\rho d\rho}{\sqrt{1-\frac{\rho^2}{r_0^2}}} \int\limits_0^{k_0\rho} \left(1-\sqrt{1-\frac{\rho_1^2}{r_1^2}}\right)\frac{d\rho_1}{\rho_1}.$$

Интегрируя правую часть по частям, получаем:

$$\int\limits_0^{r_0} \frac{\rho d\rho}{r_0^2\sqrt{1-\frac{\rho^2}{r_0^2}}} \int\limits_0^{k_0\rho} N_c(\rho_1)\rho_1\,d\rho_1 =$$

$$= \frac{2n_1 r_1^3}{k_0} \int\limits_0^{r_0} \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r_0^2}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r_0^2}}\right) \frac{d\rho}{\rho} =$$

$$= \frac{2n_1 r_1^3}{r_0^3} \left(\lg 2 - \frac{1}{2} \right). \tag{8}$$

Остается оценить знаменатель выражения (7). Величина

$$2\pi \int\limits_0^\infty N_c(\rho)\,\rho\, d\rho$$

представляет собой полное число тройных звезд в рассматриваемой совокупности. Однако, если взять для $N_c(\rho)$ его выражение (3) и проинтегрировать от 0 до ∞ получится бесконечность. Это связано с тем, что число троек, в которых расстояние в проекции заключено между ρ и $\rho + d\rho$, убывает при больших ρ согласно (3) весьма медленно. Практически же, при очень больших ρ, наш закон распределения уже нарушается. Более того, звезды с очень большими ρ уже не включаются наблюдателями в каталоги, ввиду сомнительности физической связи. Поэтому, если мы берем общее число входящих в каталог троек, то для этого следует интегрировать лишь до некоторого конечного предела $k_1 r_0$. Здесь k_1 величина порядка 10. Поскольку в окончательный результат k_1 войдет под знаком логарифма, то эта неопределенность не имеет существенного значения. Интегрируя найдем:

$$\int\limits_0^\infty N_c(\rho)\,\rho\, d\rho = \int\limits_0^{r_1} 2n_1 r_1^3 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r_1^2}}\right) \frac{d\rho}{\rho} + 2n_1 r_1^2 \int\limits_{r_1}^{k_1 r_0} \frac{d\rho}{\rho} =$$

$$= 2n_1 r_1^3 (1 - \lg 2 + \lg k_1). \tag{9}$$

Вводя (9) в (7), находим:

$$U = \frac{\lg 2 - \frac{1}{2}}{1 - \lg 2 + \lg k_1} = 0{,}07 \quad (\text{если } k_1 = 10).$$

Таким образом, порядка 7% всех звезд, являющихся системами типа ε Лиры, представятся в проекции системами типа Трапеции.

Мы, правда, не учли в приведенном вычислении, что иногда звезда C может спроектироваться настолько близко к B, что у нас получится в проекции система типа ε Лиры, но перевернутая, в том смысле, что BC окажется очень малым по сравнению с AB. Однако вероятность этого очень мала (она порядка квадрата U), и ее мы не станем учитывать.

Интересно, что полученное для U значение не зависит от k, т. е. от точного критерия, по которому тройная звезда относится к системе типа Трапеции.

В случае, если кратность системы больше трех, то вероятность того, что при проектировании системы ε Лиры на плоскость получится кажущаяся система типа Трапеции, будет больше.

Не рассматривая случая высоких кратностей во всей общности, остановимся вкратце на четверных звездах.

Четверные системы типа ε Лиры можно разбить на два основных подтипа: 1) случай, когда четверная система состоит из двух тесных пар, разделенных друг от друга большим расстоянием (к этому подтипу принадлежит и сама ε Лиры) и 2) случай, когда две звезды образуют тесную пару, третья удалена от этой пары на значительное расстояние, а четвертая удалена еще больше от всех трех звезд.

В случае четверок первого из этих подтипов искомая вероятность трансформации будет мало отличаться от таковой для троек. Но в случае систем второго подтипа она будет, примерно, вдвое больше, чем в случае троек.

Таким образом, средний процент трансформирующихся систем должен быть принят в случае четверок равным приблизительно 10.

В случае более высокой кратности этот процент должен быть выше, но разница среднего процента от случая четверок будет невелика, так как такие пятерки или шестерки, структура которых приводит к значительно большей вероятности трансформации, чем второй из приведенных подтипов четверок, встречаются крайне редко. Поэтому искомая вероятность в случае высоких кратностей не может заметно превосходить 0,14.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук Армянской ССР

Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ

Օրիոնի Տրապեցիայի տիպի թվացող բազմաստղերի հավանականության մասին

Եթե բազմաստղի բաղադրիչների թվում կարելի է գտնել այնպիսի երեք աստղ a, b, c, *որ նրանց երեք փոխադարձ հարաբերությունները* ab, bc *և* ac*-ն մի կարգի մեծություններ են, նա կոչվում է Օրիոնի Տրապեցիայի տիպի բազմաստղ:*

Հակառակ դեպքում նա համարվում է ε Քնարի տիպի բազմաստղ:

Սակայն մենք դիտում ենք անմիջապես ոչ թե բաղադրիչների իսկական տարածական փոխադարձ հեռավորությունները, այլ այդ հեռավորությունների պրոեկցիաները երկնային սֆերայի վրա: Այդ պատճառով ε Քնարի տիպի բազմաստղը կարող է թվալ մեզ Տրապեցիայի տիպի բազմաստղ, եթե մենք որպես դասակարգման չափանիշ ընդունենք բաղադրիչների փոխադարձ հեռավորությունների հարաբերությունների տեղ, այդ հեռավորությունների պրոեկցիաների հարաբերությունները:

Հարց է ծագում՝ ինչին է հավասար հավանականությունը, որ ε Քնարի տիպի սիստեմը դիտողի նկատմամբ պատահական կողմնորոշում ունենալու դեպքում կթվա նրան որպես Տրապեցիայի տիպի սիստեմ: Եռակի սիստեմների համար այդ հավանականությունը ճշտությամբ կարելի է հաշվել, ելնելով գլխավոր աստղից բաղադրիչների հեռավորությունների բաշխման վերաբերյալ մեզ հայտնի տվյալներից: Այդ հավանականությունը մոտ է 0,07-ին:

Քառաստղերի և ավելի բարձր բազմաստղերի դեպքում այդ հավանականությունը ավելի մեծ է, բայց չի կարող զգալի չափով գերազանցել 0,14-ից: